

*Богомолова Ольга Борисовна,  
Усенков Дмитрий Юрьевич*

## НОВЫЙ АВТОМАТ НА ЕГЭ

Безгранична «любовь» составителей заданий ЕГЭ к нашим школьникам, неустанно они пекутся о том, чтобы экзаменационные задачи становились все сложнее и необычнее...

Так это или не так, но в очередном трениже ЕГЭ появилась новая задача про автомат, работающий с числами (по существующей нумерации это задача №6). Если раньше такой автомат из заданного числа, преобразованного в двоичный формат, «норовил» дописать разряды в конце числа, то теперь он будет отбрасывать первую единицу двоичного числа (самый старший разряд) и, если потребуется, – также отбрасывать ставшие незначимыми лидирующие нули. Ну, что же – придется нам учиться решать та-

кие задачи. Впрочем, как можно будет увидеть, решение получается не слишком сложное, даже изящное и универсальное для любых исходных данных, заданных для такого автомата.

### Задача

Автомат обрабатывает натуральное число  $N$  по следующему алгоритму.

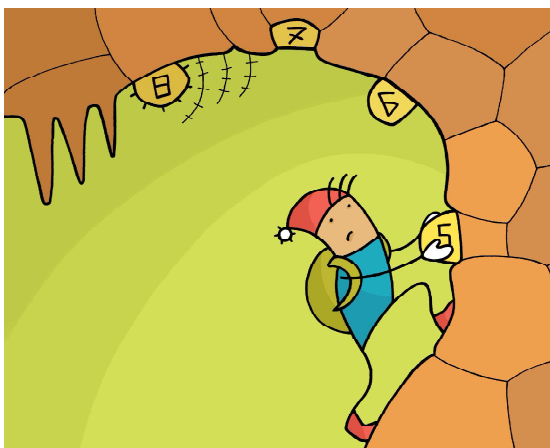
1. Строится двоичная запись числа  $N$ .
2. Удаляется первая слева единица и все следующие непосредственно за ней нули (при их наличии, как незначимые). Если после этого в числе не остаётся цифр, то результат считается равным нулю.
3. Полученное число переводится в десятичную запись.
4. Новое число вычитается из исходного, и полученная разность выводится на экран.

### Пример

Дано натуральное число  $N = 10$ . Алгоритм работает следующим образом.

1. Двоичная запись числа  $N$ :  $1010$ .
2. Удаляется первая единица и следующий за ней нуль:  $4010 \rightarrow 10$ .
3. Десятичное значение полученного числа:  $2$ .
4. На экран выводится число  $10 - 2 = 8$ .

Сколько *различных* значений будет показано на экране автомата при последовательном вводе всех натуральных чисел от 5 до 800?



*...неустанно они пекутся о том, чтобы экзаменационные задачи становились все сложнее и необычнее...*

**Решение**

Прежде всего, отметим, что числа от  $5_{10}$  до  $800_{10}$  соответствуют интервалу от 101 до 1100100000.

Теперь попробуем построить таблицу, соответствующую работе автомата для первых чисел заданной последовательности и «поймать» закономерность в его работе.

Исходное десятичное	Исходное двоичное	Результат операции двоичный	Результат операции десятичный	Разность десятичная
5	101	1	1	4
6	110	10	2	4
7	111	11	3	4
8	1000	0	0	8
9	1001	1	1	8
10	1010	10	2	8
11	1011	11	3	8
12	1100	100	4	8
13	1101	101	5	8
14	1110	110	6	8
15	1111	111	7	8
16	10000	0	0	16
17	10001	1	1	16
18	10010	10	2	16
19	10011	11	3	16
20	10100	100	4	16
21	10101	101	5	16
22	10110	110	6	16
23	10111	111	7	16
24	11000	1000	8	16
25	11001	1001	9	16
26	11010	1010	10	16
27	11011	1011	11	16
28	11100	1100	12	16
29	11101	1101	13	16
30	11110	1110	14	16
31	11111	1111	15	16
32	100000	0	0	32
33	100001	1	1	32

Уже на основе анализа этой первой части таблицы можно сделать вывод: **весь диапазон исходных чисел можно разбить на участки, которые начинаются с двоичного числа из единицы и следующих за ней нулей (в десятичном представлении – с очередной степени двойки), и в каждом таком участке результат работы автомата одинаков и равен этой степени двойки.**

А теперь уже нетрудно догадаться, что на заданном диапазоне исходных десятичных чисел мы будем получать следующие результаты:

4	5-7	8-15	16-31	32-63	64-127	128-255	256-511	512-800	801-1024
4	4	8	16	32	64	128	256	512	512

(в этой таблице указаны также «левый и правый хвосты», дополняющие заданный диапазон исходных чисел до полных участков, соответствующих степеням двойки, но их мы не учитываем).

Подсчитав все возможные различные значения, получаем, что данный автомат на заданном диапазоне исходных данных будет выдавать 8 разных значений.

Ответ: 8.

Заметим, что найденный принцип решения зависит только от алгоритма работы автомата и не зависит от исходного диапазона чисел, то есть метод является универсальным.

Поэтому, если нам в будущем доведется встретить в заданиях такой автомат, который отбрасывает в двоичной записи числа первую единицу (и ставшие незначащими нули за ней) и вычитает полученное число из исходного двоичного, то решить эту задачу мы сможем буквально за пару минут:

1) смотрим на начало заданного диапазона и ищем ближайшую к нему меньшую степень двойки (скажем, если диапазон начинается с числа 28, то это будет степень двойки, равная 16);

2) записываем возрастающие каждый раз на 2 значения степеней двойки, начиная с найденной для начала диапазона, до тех пор, пока очередная степень двойки не окажется больше, чем конец заданного диапазона (эту

большую степень двойки не записываем);

3) подсчитываем количество записанных таким способом чисел – степеней двойки, это количество и будет правильным ответом.

Тогда для рассмотренной задачи короткое решение будет таким:

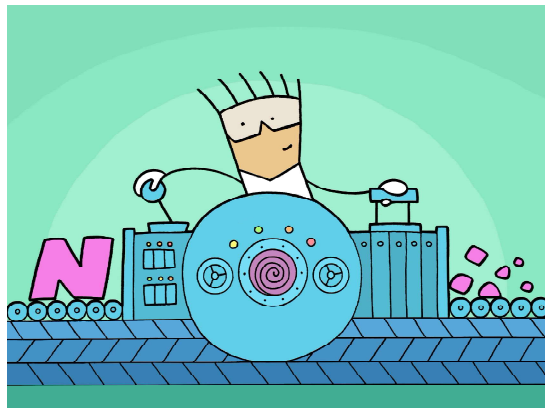
1) начало диапазона – число 5, тогда ближайшая меньшая степень двойки равна 4;

2) записываем последовательность возрастающих степеней двойки, пока очередное значение не превысит конец заданного диапазона:

4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512

(следующее значение 1024 не записываем, так как оно больше конечного числа заданного диапазона – 800);

3) всего записали 8 чисел – это и есть ответ.



Автомат обрабатывает натуральное число N...

**Богомолова Ольга Борисовна,**  
 доктор педагогических наук,  
 почетный работник сферы  
 образования Российской Федерации,  
 Заслуженный учитель города  
 Москвы, учитель информатики  
 и математики ГБОУ СОШ № 1360,  
 г. Москва,

**Усенков Дмитрий Юрьевич,**  
 ГБОУ СОШ № 1360, г. Москва.

